Ad-Soyad : Cevap Anahtarı
Numara :

Dönüşümler ve Geometriler Bütünleme Sınavı Soruları **25.01.2019**

1) $R \ldots A(4,-2)$ noktası etrafında π radyanlık dönme, $T \ldots A(4,-2)$ noktasını orijine resmeden öteleme olarak veriliyor.

a) RT bileşke dönüşümünün denklemini bulunuz.

b) RT nin öteleme veya dönme olup olmadığını belirleyiniz.

c) Eğer dönme ise dönme açısını ve dönme merkezini bulunuz.

2) $P_1 \ldots x-y-z+1=0$ düzlemi, $P_2 \ldots x-y+z+2=0$ düzlemi üzerine $M(1,1,0)$ noktası merkez alınarak izdüşürülüyor.

a) $A(1,0,2)$ noktasının resmini,

b) $B'(-1,1,0)$ noktasının esasını bulunuz.

3) $T \ldots \begin{cases} x' = x + y \\ y' = y \end{cases}$ dönüşümü veriliyor. Bu dönüşümün $d \ldots x-y-2=0$ doğrusu üzerindeki uzaklıkları nasıl değiştirdiğini araştırınız.

4) $d_1 \ldots x+y-2=0$ doğrusunun $d_2 \ldots x-y+2=0$ doğrusu üzerine paralel izdüşümünde $A(1,1)$ noktasının resmi $A'(3,5)$ noktası olduğuna göre sabit noktayı ve $B'(1,?)$ noktasının esasını bulunuz.

5) $A \ldots \begin{cases} x' = x + y - 1 \\ y' = x - y - 3 \end{cases}$ dönüşümünün afin dönüşüm olup olmadığını belirleyiniz. Eğer varsa A^{-1} ters dönüşümünü bulunuz.

NOT: Süre 90 dakikadır. **Başarılar dilerim.**

1) a) $R \ldots \begin{cases} x'' = x'\cos\alpha - y'\sin\alpha + h(1-\cos\alpha) + k\sin\alpha \\ y'' = x'\sin\alpha + y'\cos\alpha + k(1-\cos\alpha) - h\sin\alpha \end{cases}$

$\Rightarrow R \ldots \begin{cases} x'' = 8 - x' \\ y'' = -y' - 4 \end{cases}$ $\quad T \ldots \begin{cases} x' = x - 4 \\ y' = y + 2 \end{cases}$

$\Rightarrow RT \ldots \begin{cases} x'' = 12 - x \\ y'' = -y - 6 \end{cases}$

b) Öteleme değildir Orijin etrafında dönme değildir.

c) π radyanlık dönmedir. Dönme merkezini bulalım:

$\begin{matrix} h(1-\cos\alpha) + k\sin\alpha = 12 \\ k(1-\cos\alpha) - h\sin\alpha = -6 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 2h = 12 \\ 2k = -6 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} h = 6 \\ k = -3 \end{matrix}$

$\therefore$ RT; $M(6,-3)$ noktası etrafında π radyanlık dönmedir

2) a) M ve A noktalarından geçen doğrunun P_2 düzlemini kestiği nokta, A noktasının A' resmidir.

M ve A dan geçen doğru:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$$

olup bu doğrunun P_2 düzlemini kestiği A' noktası

$$\cancel{x}-\cancel{1}+t+2t+2=0 \Rightarrow 3t=-2 \Rightarrow t=-\frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow A'(1,1-t,2t)=\left(1,\frac{5}{3},-\frac{4}{3}\right)$$

b) B' noktasının esası B noktası ise M ve B' den geçen doğrunun P_1 düzlemini kestiği noktadır.

M ve B' den geçen doğru

$$\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases}$$

olup bu doğrunun P_1 düzlemini kestiği B noktası

$$1-2t-\cancel{1}+\cancel{1}=0 \Rightarrow t=\frac{1}{2}$$

$$B(1-2t,1,0)=(0,1,0)$$

3) $P_i(x_i,y_i)\in d$, $i=1,2$, olsun. Bu durumda

$$x_i-y_i-2=0 \Rightarrow x_i=y_i+2,\ i=1,2, \dots (*)$$

$$d(P_1,P_2)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(y_2+\cancel{2}-y_1-\cancel{2})^2+(y_2-y_1)^2}$$

$$=\sqrt{2(y_2-y_1)^2}$$

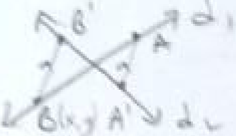
$$P_i'(x_i',y_i')=T(P_i)=(x_i+y_i,\ y_i),\ i=1,2.$$

$$d(P_1', P_2') = \sqrt{(x_2'-x_1')^2+(y_2'-y_1')^2}$$
$$= \sqrt{(x_2+y_2-x_1-y_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(y_2+2+y_2-y_1-2-y_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$= \sqrt{(2y_2-2y_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$
$$= \sqrt{5(y_2-y_1)^2}$$
$$\Rightarrow d(P_1', P_2') = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\, d(P_1,P_2) = \frac{\sqrt{10}}{2}\, d(P_1,P_2).$$

4) Sabit nokta d_1 ve d_2 nin arakesitidir.

$$\begin{array}{r} x+y-2=0 \\ +\; x-y-2=0 \\ \hline 2x=0 \end{array} \Rightarrow x=0,\ y=2 \Rightarrow (0,2) \text{ sabit nokta.}$$

$B' \in d_2 \Rightarrow 1-?+2=0 \Rightarrow ?=3 \Rightarrow B'(1,3)$



B, B''den geçen doğru

$$\frac{5-1}{3-1} = \frac{y-3}{x-1} \Rightarrow 2x-2=y-3$$
$$\Rightarrow 2x-y+1=0$$

B noktası B, B''den geçen doğru ile d_1 in arakesitidir.

$$\begin{array}{r} 2x-y+1=0 \\ +\; x+y-2=0 \\ \hline 3x-1=0 \end{array} \Rightarrow x=\frac{1}{3},\ y=\frac{5}{3} \Rightarrow B\left(\frac{1}{3}, \frac{5}{3}\right).$$

5) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2-2=-4 \neq 0 \Rightarrow A$ afin dönüşüm olup tersi vardır.

$$\begin{array}{r} x'=x+y-1 \\ +\; y'=x-y-3 \\ \hline x=\dfrac{x'+y'+4}{2} \end{array}. \qquad x'=x+y-1 \Rightarrow y = x'-x+1 = x'-\frac{x'+y'+4}{2}-1$$
$$= \frac{x'-y'-2}{2}$$

$$\Rightarrow A^{-1} \ldots \begin{cases} x = \dfrac{x'+y'+4}{2} \\ y = \dfrac{x'-y'-2}{2} \end{cases}$$